

一个新的模糊贴近度公式及其应用

胡成芳, 邹玉玲, 庄朋, 周遵龙, 刘海涛

(辽宁工程技术大学理学院, 辽宁阜新 123000)

摘要: 贴近度是描述两个模糊集合相似或贴近程度的一个重要指标。为解决常见贴近度算子在某些情况下梯度消失的问题, 本文针对海明贴近度等算子的缺点提出一个新的贴近度算子, 并结合其应用对算子进行评价。通过理论分析和实例验证, 证明了新算子具有其他算子所不具备的优点, 在全局上具有更好的分辨率。新算子克服了常用算子的缺点, 具有很好的应用前景。

关键词: 模糊数学; t 贴近度; 模糊贴近度; 分辨率

中图分类号: O142 **文献标识码:** A **文章编号:** 1674-2850(2018)19-1934-09

A new formula of fuzzy nearness and its application

HU Chengfang, ZOU Yuling, ZHUANG Peng, ZHOU Zunlong, LIU Haitao

(School of Sciences, Liaoning Technical University, Fuxin, Liaoning 123000, China)

Abstract: The nearness is an important index which describes the similarity or proximity of two fuzzy sets. In order to solve the problem of gradient disappearance of common nearness operators in some cases, in this paper, a new nearness operator is put forward in view of the shortcomings of Hamming nearness and other operators. Then, the new operator is evaluated with its application. Through theoretical analysis and example verification, it is proved that the new operator has the advantages that other operators do not possess and it has a better resolution on the whole. The new operator overcomes the shortcomings of commonly used operators and has a good application prospect.

Key words: fuzzy mathematics; t nearness; fuzzy nearness; resolution

0 引言

1965年, 自动控制专家 ZADEH^[1]在 *Information and Control* 杂志上发表了一篇开创性论文“Fuzzy Sets”, 标志着模糊数学的诞生。随后, 各国学者基于此理论展开研究, 模糊数学迅速发展, 相关理论逐步完善。目前, 模糊数学的应用已十分广泛。

贴近度是描述两个模糊集合相似或贴近程度的一个重要指标, 最早由我国学者汪培庄教授提出^[2]。1983年, 汪培庄教授提出了模糊贴近度的概念, 并给出了格贴近度的计算公式, 贴近度从此成为模糊数学研究领域中的一个有力工具^[3]。文献^[4]给出了若干种常见的贴近度算子。赵沁平^[5]、赵汝怀等^[6]、彭祖增等^[7]提出了贴近度的公理化定义。

近年来, 很多学者在该领域做了大量工作, 取得了一定成果, 这些对贴近度的研究主要分为贴近度的公理化定义、具体贴近度公式的定义及评价、贴近度的应用三个方面。

文献^[8]阐述了贴近度公理, 列举了海明贴近度、Euclid 贴近度、格贴近度、最大最小贴近度等几个具体贴近度, 并指出不同形式的贴近度计算公式各有优缺点, 不能笼统地比较其优劣。唐有文^[9]对模糊数学中贴近度存在的不足之处进行了改进, 提出了适用于常见算子均失效情况的新算子, 但该算子不满

作者简介: 胡成芳 (1996—), 女, 本科生, 主要研究方向: 应用数学

通信联系人: 刘海涛, 讲师, 主要研究方向: 机器学习. E-mail: haitao641@163.com

足贴近度公理。

黄艳艳^[10]根据改造的海明贴近度公式得到了一个新的贴近度公式，解决了常用贴近度公式都不能解决的问题，新贴近度公式的分辨能力明显增强。刘来福^[11]、王爱茹等^[12]、李志亮等^[13]将模糊贴近度应用到小麦亲本鉴别中，付颖^[14]将贴近度应用于能谱指纹类型识别，均十分有效。贴近度的突出作用还体现在它在实际问题中的应用，特别是图像识别问题，越来越多的学者对贴近度的实际应用进行了深入的研究^[10]。

此外，改进的算子大多计算复杂，而文献^[9]提出的算子虽然在解决特定情况时效果很好，但不符合贴近度公理化定义。本文主要针对具体贴近度算子展开研究，并结合其应用对算子进行评价。现有的贴近度算子均存在在某些情况下梯度消失的问题，本文将对此展开讨论。

1 理论基础

1.1 贴近度公理化定义

虽然不同贴近度的形式不同，但都满足定义 1 的公理化定义。

定义 1 (贴近度) 若映射 $\sigma: F(X) \times F(X) \rightarrow [0,1]$ ，对 $\forall A, B, C \in F(X)$ ，满足以下条件：

- 1) 对称性， $\sigma(A, B) = \sigma(B, A)$ ；
- 2) 归一性， $\sigma(A, A) = 1$ ， $\sigma(\emptyset, X) = 0$ ， X 为全集；
- 3) 不等性，若 $A \subseteq B \subseteq C$ ，则 $\sigma(A, C) \leq \sigma(A, B) \wedge \sigma(B, C)$ ；

则称 σ 为 $F(X)$ 上的贴近度函数， $\sigma(A, B)$ 为 A 与 B 的贴近度。

1.2 海明贴近度

1.2.1 海明贴近度定义

海明贴近度定义如下：

$$\begin{cases} N(A, B) = 1 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |A(u_i) - B(u_i)|, \\ N(A, B) = 1 - \frac{1}{b-a} \int_a^b |A(u) - B(u)| du, \end{cases}$$

其中， $[a, b]$ 为论域。

如图 1a 所示，海明贴近度与图中蓝色区域面积负相关，具有明确的几何意义。

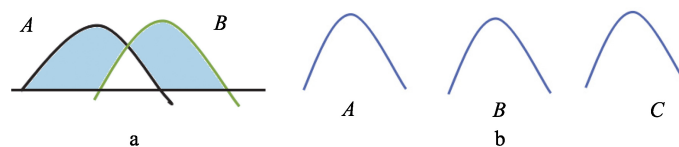


图 1 海明贴近度示意图

Fig. 1 Schematic diagram of Hamming nearness

a—A、B 有交； b—B、C 与 A 无交

a-Intersection between A and B; b-No intersection between B, C and A

1.2.2 海明贴近度的优缺点

优点：几何意义明确，计算较为简便。如图 1a 所示，在满足 A 、 B 之间有交时，海明贴近度计算结果合理。

缺点：如图 1b 所示，当 B 、 C 与 A 都无交时，海明贴近度无法分辨 B 、 C 与 A 的贴近度，计算得到的 B 、 C 与 A 的贴近度均为 0。

2 贴近度新算子

李世勇^[15]指出由于度量的模糊性，不存在十全十美的贴近度算子，每种方法都是从一个侧面反映模糊子集的差异。

本文针对常见贴近度算子所不能解决的问题，提出了新的贴近度算子，该算子适用于单峰隶属函数，要求 A 、 B 两个集合中至少有一个存在边界模糊的情况。

2.1 新算子的定义

新算子“ t 贴近度”定义隶属函数图像完全重合的两个集合之间的贴近度为 1，相距无穷远的两个集合之间的贴近度为 0，由此提出了新的贴近度公式。

定义 2 (t 贴近度) 对任意的 $A, B \in F(u)$ ，记“ t 贴近度”为 $N(A, B)$ ，

- 1) 当 $A \subseteq B$ 时 (如图 2a 所示)， $N(A, B) = \frac{S_A}{S_B}$ ；
- 2) 当 $B \subseteq A$ 时， $N(A, B) = \frac{S_B}{S_A}$ ；
- 3) 当 $A \not\subseteq B$ 且 $B \not\subseteq A$ 时 (如图 2b 所示)， $N(A, B) = \frac{S_{T_2} + m}{S_{T_1} + S_{T_2} + m}$ ；

其中，参数 $m \in (0, 1]$ ； S_{T_1} 为 T_1 的面积； S_{T_2} 为 T_2 的面积。

在图 2b 所示的情况下， S_{T_1} 和 S_{T_2} 的计算公式如下：

$$\begin{cases} S_{T_1} = \int_{A_0}^{B_0} [1 - A(u) \vee B(u)] du, \\ S_{T_2} = \int_a^b [A(u) \wedge B(u)] du, \end{cases}$$

其中， $u \in [a, b]$ 为连续论域； A_0 、 B_0 为隶属函数峰值对应的 u 的取值。

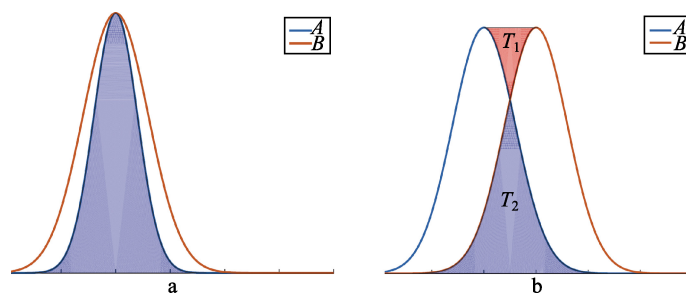


图 2 t 贴近度示意图

Fig. 2 Schematic diagram of t nearness

a— $A \subseteq B$ 或 $B \subseteq A$ ；b— $A \not\subseteq B$ 且 $B \not\subseteq A$

a- $A \subseteq B$ or $B \subseteq A$ ；b- $A \not\subseteq B$ and $B \not\subseteq A$

显然，新算子满足贴近度公理化定义。 t 贴近度具有明确的几何意义，当 A 、 B 两个集合完全不相交时， S_{T_2} 为 0， A 、 B 相距越大， S_{T_1} 越大， t 贴近度越小。当 A 、 B 相距无穷远时， t 贴近度取 0。 $m \in (0, 1]$ 可用于调节 t 贴近度的梯度。事实上，取任意 $m \in (0, 1]$ ，对亲疏关系的排序都是正确的，只是 m 取合适值，能在全局上达到较好的分辨度。一般情况下， m 为与 S_{T_1} 同一量级的数。

2.2 新算子的优缺点

目前,对贴近度算子还没有明确规范的评价标准,因此合理评价不同的贴近度算子成为一个难点。文献[8]中提到不同形式的贴近度计算公式各有优缺点,不能笼统地比较其优劣。文献[16]中用能否区分或指出差异来评价贴近度,但也指出对于不同的贴近度很难一般地比较优劣。

本文提出的新贴近度公式可以解决各种常用贴近度公式所存在的问题。结合实际分析,本文认为贴近度算子应当是论域上连续且光滑性较好的函数,且几乎处处有较好的区分度。鉴于正态分布普遍存在于现实生活中,本文以正态分布函数为例研究算子的连续性。

针对隶属函数呈正态分布的实例,研究常见算子,具体计算过程如下:在论域 $u \in [a, b]$ 上,有隶属函数呈正态分布的 A 和 B ,它们的隶属函数分别为 $\mu(A) = e^{-\left(\frac{x-A_0}{\sigma_A}\right)^2}$ 和 $\mu(B) = e^{-\left(\frac{x-B_0}{\sigma_B}\right)^2}$ 。取 $a=0, b=16$; A_0, B_0 为隶属函数峰值对应的 u 的取值,取定 $A_0=0, \sigma_A=0.3$,同时取定 $\sigma_B=0.3$,使 B_0 从0遍历到10,逐步变化,步长取0.01,研究贴近度随 $|A_0 - B_0|$ 变化的连续性。利用Matlab计算贴近度 $N(A, B)$,并绘制 $N(A, B)$ 关于 B_0 的图像,所用到的其他贴近度公式见3.1节。

图3给出了自定义 t 贴近度及海明贴近度、欧几里得贴近度、黎曼贴近度、指数相似系数贴近度的变化图。进一步分析,除了自定义 t 贴近度,其余4个贴近度在 $B_0 \geq 1.5$ 时均不再改变,梯度消失,丧失分辨率。其中, t 贴近度和黎曼贴近度的值域为 $[0, 1]$,变化范围较大,而其余3个贴近度值域的下确界较大,不仅不合理,还影响了全局的梯度。根据事实,很容易判断出当 B_0 增大到论域内的最大值时, A, B 的贴近度达到相对最小,此时的贴近度应当为零或无穷小,故 t 贴近度和黎曼贴近度更合理。

对 t 贴近度,可通过调节参数 m 来调节梯度,从而使贴近度值在全局上达到较好的分辨率。 m 取值过大或过小,都会影响局部的贴近度。观察对比图3中三张图发现,取不同的参数 m ,对亲疏关系的排序都是正确的,图像的连续性和光滑性都很好,且全局的分辨率都不错。其中,当 $m=0.3$ 时,算子在全局上的分辨率更好。

综上所述,新算子具有其他算子所不具备的优点,在全局上具有更好的分辨率。在常规情况下,求得的贴近度值较为合理,将事物或概念间的贴近度刻画得较为准确,尤其适用于正态分布函数。新算子能解决常用算子不能解决的问题,克服了它们的缺陷,具有很好的应用前景。

3 应用实例

3.1 其他贴近度公式

文献[8]中介绍了几种贴近度;文献[14]采用十种贴近度公式,通过三种变换对不同类型的 γ 能谱进行了指纹模糊识别。本文从中挑选了几种常见的贴近度算子,与新算子进行对比分析。

常用的贴近度公式如下:

$$\text{海明贴近度, } \begin{cases} N(A, B) = 1 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |A(u_i) - B(u_i)|, \\ N(A, B) = 1 - \frac{1}{b-a} \int_a^b |A(u) - B(u)| du; \end{cases}$$

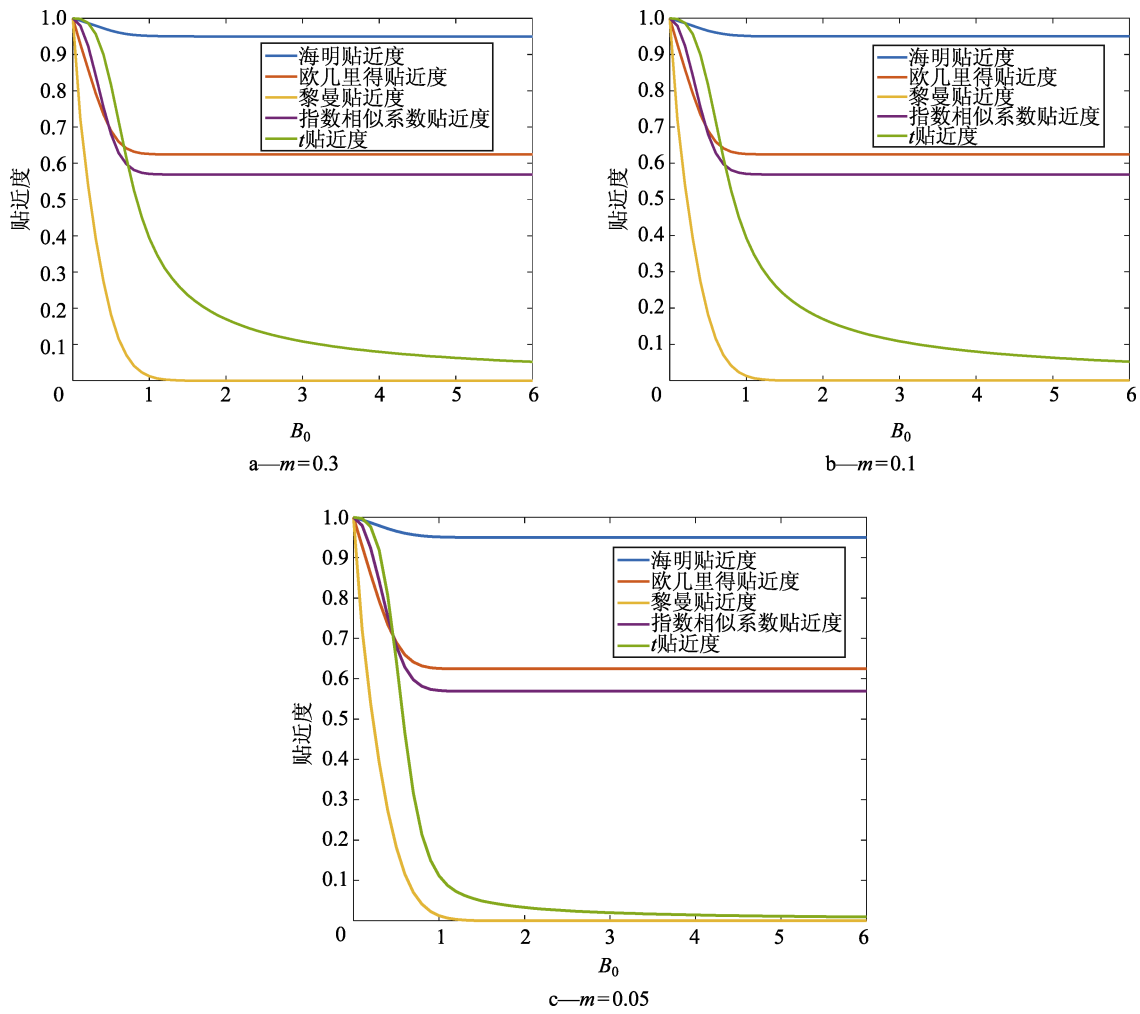


图3 $N(A, B)$ 关于 B_0 的图像

Fig. 3 Image of $N(A, B)$ about B_0

欧几里得贴近度,

$$\begin{cases} N(A, B) = 1 - \frac{1}{\sqrt{n}} \left\{ \sum_{i=1}^n [A(u_i) - B(u_i)]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}, \\ N(A, B) = 1 - \frac{1}{b-a} \left\{ \int_a^b [A(u) - B(u)]^2 du \right\}^{\frac{1}{2}}; \end{cases}$$

黎曼贴近度,

$$\begin{cases} N(A, B) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} [A(u) \wedge B(u)] du}{\int_{-\infty}^{+\infty} [A(u) \vee B(u)] du}, \\ N(A, B) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} [A(u) \wedge B(u)] du}{\int_{-\infty}^{+\infty} A(u) du + \int_{-\infty}^{+\infty} B(u) du}; \end{cases}$$

指数相似系数贴近度,

$$N(A, B) = \exp \left\{ - \sum_{i=1}^n \frac{[A(u_i) - B(u_i)]^2}{S^2} \right\};$$

$$\text{格贴程度, } \begin{cases} N(A, B) = (A \circ B) \wedge (A^c \odot B^c), \\ A \odot B = \bigvee_{i=1}^n [A(u_i) \wedge B(u_i)], \\ A \circ B = \bigwedge_{i=1}^n [A(u_i) \vee B(u_i)]; \end{cases}$$

其中, $A(u)$ 、 $B(u)$ 分别为 A 、 B 的隶属函数。

3.2 对比分析

利用文献[11]中的小麦亲本鉴别数据, 求出待识别小麦样品与 5 种已知小麦品种的贴程度, 进行对比分析。

模式识别步骤:

1) 建立 5 个模式, 分别为早熟型 (A1)、矮秆型 (A2)、大粒型 (A3)、高肥丰产型 (A4) 和中肥丰产型 (A5)。

2) 选取百粒重作为特征因子, 利用统计方法求出各品种小麦百粒重的均值和方差, 分别构建相应的模糊集合, 构建隶属函数 $\mu(A_i)$ 。

3) 现有一种不知品种的小麦, 用统计方法测得其百粒重的均值为 \bar{x} , 均方差为 σ , 于是该品种模糊集的隶属函数为 $\mu(B) = e^{-\left(\frac{x-\bar{x}}{\sigma}\right)^2}$, x 的论域取 $[0,16]$ 。

4) 选定贴程度算子, 分别计算出待识别对象与 5 个模式的贴程度。

5) 按最大贴程度原则确定小麦品种。

所建立的 5 个模式的隶属函数及参数如表 1 所示。设计 3 个待识别对象如下:

①待识别样品 1, 均值 $\bar{x}_1=3.43$, 均方差 $\sigma_1=0.28$;

②待识别样品 2, 均值 $\bar{x}_2=8$, 均方差 $\sigma_2=0.8$;

③待识别样品 3, 均值 $\bar{x}_3=12$, 均方差 $\sigma_3=1.2$ 。

1) 研究待识别对象①, 绘制出待识别对象及 5 个模式的示意图, 如图 4 所示。根据模式识别步骤, 计算待识别对象及 5 个模式的贴程度, 如表 2 所示。

表 1 5 个模式的隶属函数表

Tab. 1 Membership function table of 5 patterns

品种	均值 \bar{x}	均方差 σ	隶属函数 $\mu(A_i)$
早熟型 (A1)	3.7	0.3	$e^{-\left(\frac{x-3.7}{0.3}\right)^2}$
矮秆型 (A2)	2.9	0.3	$e^{-\left(\frac{x-2.9}{0.3}\right)^2}$
大粒型 (A3)	5.0	0.3	$e^{-\left(\frac{x-5.0}{0.3}\right)^2}$
高肥丰产型 (A4)	3.9	0.3	$e^{-\left(\frac{x-3.9}{0.3}\right)^2}$
中肥丰产型 (A5)	3.7	0.2	$e^{-\left(\frac{x-3.7}{0.2}\right)^2}$

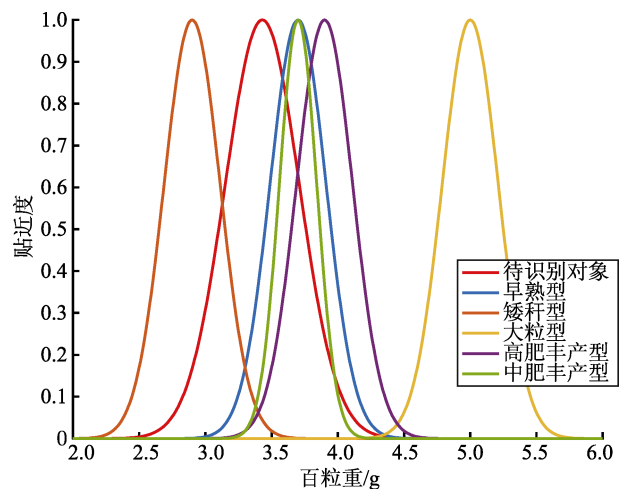


图 4 待识别对象①及 5 个模式的示意图

Fig. 4 Schematic diagram of object ① to be identified and 5 patterns

表2 待识别对象①与5个模式的贴近度表
Tab. 2 Nearness degree of the object ① to be identified and 5 patterns

贴近度算子	早熟型	矮秆型	大粒型	高肥丰产型	中肥丰产型
格贴近度	0.91	0.72	0.50	0.76	0.89
海明贴近度	0.968 5	0.948 4	0.935 8	0.951 9	0.969 5
欧几里得贴近度	0.873 4	0.808 0	0.786 9	0.817 7	0.865 4
黎曼贴近度	0.342 6	0.108 8	0.000 1	0.144 0	0.270 9
指数相似系数贴近度	0.773 9	0.554 3	0.483 4	0.587 7	0.748 3
t 贴近度	0.944 7	0.563 5	0.045 3	0.677 5	0.899 1

按照最大贴近度原则，表2中除海明贴近度判定待测小麦样品属于中肥丰产型外，其余5种贴近度均判定待测小麦样品属于早熟型，且由近到远的排序为早熟型、中肥丰产型、高肥丰产型、矮秆型、大粒型，这与分析图2得出的结果一致，说明此时除海明贴近度外，其余5种贴近度的判定结果和排序均是合理的。海明贴近度的数值偏大，且区分度偏小；黎曼贴近度的数值与实际贴近度差距较大。

对以上的贴近度比较分析总结如下：

①合理性，除海明贴近度外，其余5种贴近度对待测对象的判定结果都是合理的，且排序一致。

②准确性，海明贴近度的数值偏大，且区分度偏小；黎曼贴近度的数值与实际贴近度差距较大；其他贴近度计算结果较为准确。

③分辨度，海明贴近度计算得到的5个贴近度梯度较小，区分度偏小；其他贴近度计算得到的梯度较合理。

2) 研究待识别对象②，绘制出待识别对象及5个模式的示意图，如图5所示。根据模式识别步骤，计算待识别对象与5个模式的贴近度，如表3所示。

按照最大贴近度原则，表3中新算子判定待测小麦样品属于大粒型，这与通过图5得到的直观分析结果相符。而其他贴近度算子算出的贴近度对5种模式的梯度基本消失，除黎曼贴近度判定待测小麦样品属于大粒型外，其余4种贴近度均判定为中肥丰产型，这显然是不合理的。说明此时除了新算子仍然判断合理，其他算子均失效。当A、B完全不相交时，新算子仍具有较好的分辨度，克服了海明贴近度等贴近度的缺陷。

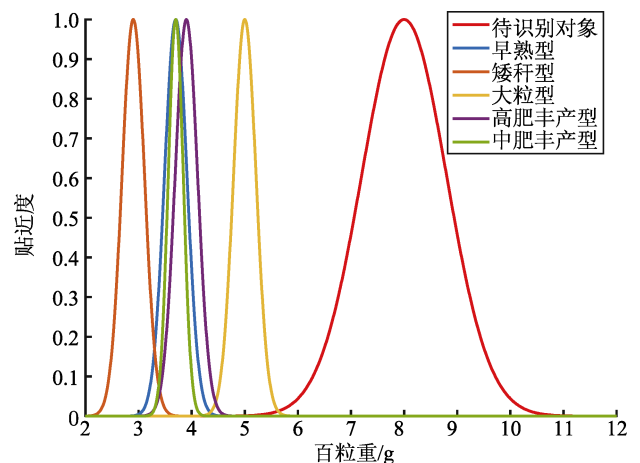


图5 待识别对象②及5个模式的示意图
Fig. 5 Schematic diagram of object ② to be identified and 5 patterns

表3 待识别对象②与5个模式的贴近度表
Tab. 3 Nearness degree of the object ② to be identified and 5 patterns

贴近度算子	早熟型	矮秆型	大粒型	高肥丰产型	中肥丰产型
海明贴近度	0.878 1	0.878 1	0.878 2	0.878 1	0.889 2
欧几里得贴近度	0.706 5	0.706 5	0.706 5	0.706 5	0.720 1
黎曼贴近度	0.000 0	0.000 0	0.000 1	0.000 0	0.000 0
指数相似系数贴近度	0.251 9	0.251 9	0.251 9	0.251 9	0.285 6
t 贴近度	0.014 8	0.012 0	0.024 1	0.015 7	0.014 4

3) 研究待识别对象③，绘制出待识别对象及5个模式的示意图，如图6所示。根据模式识别步骤，

计算待识别对象与 5 个模式的贴近度，如表 4 所示。

分析结果与 2) 中一致，新算子计算得到的隶属度和判定结果均合理，而其他贴近度算子失效更严重。

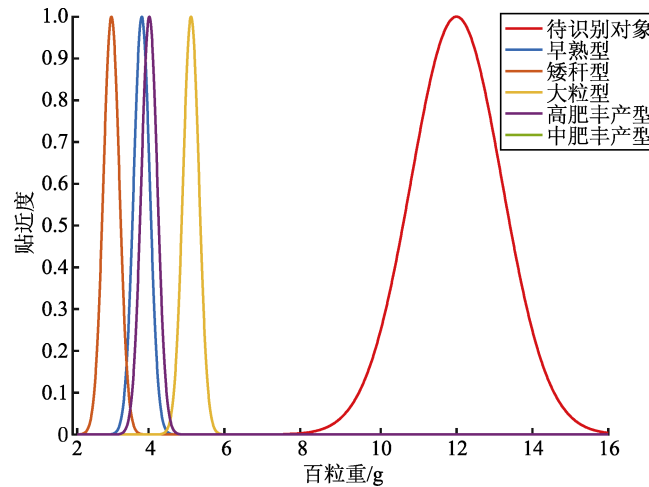


图 6 待识别对象③及 5 个模式的示意图

Fig. 6 Schematic diagram of object ③ to be identified and 5 patterns

表 4 待识别对象③与 5 个模式的贴近度表

Tab. 4 Nearness degree of the object ③ to be identified and 5 patterns

贴近度算子	早熟型	矮秆型	大粒型	高肥丰产型	中肥丰产型
海明贴近度	0.833 8	0.833 8	0.833 8	0.833 8	0.844 9
欧几里得贴近度	0.657 2	0.657 2	0.657 2	0.657 2	0.668 8
黎曼贴近度	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0
指数相似系数贴近度	0.152 6	0.152 6	0.152 6	0.152 6	0.173 0
t 贴近度	0.007 1	0.006 4	0.008 7	0.007 3	0.007 0

4 结论

综上所述，本文提出的新算子具有如下优点：

- 1) 合理性，对待测对象的判定结果和亲疏关系排序都是合理的；
- 2) 准确性，计算得到的贴近度与事实相符，将事物或概念间的贴近度刻画得较为准确；
- 3) 分辨率，通过调节 m 来调节贴近度的梯度，分辨率较好；
- 4) 稳定性，在其他算子均失效时仍判断合理，相对其他算子适用范围更广、更稳定。

理论分析和实例验证结果表明，本文提出的新算子具有其他算子所不具备的优点，在其他算子均失效时仍判断合理，在全局上具有更好的分辨率。新算子将事物或概念间的贴近度刻画得较为准确，具有很好的应用前景。

[参考文献] (References)

[1] ZADEH L A. Fuzzy sets[J]. Information and Control, 1965, 8(3): 338-353.
 [2] 汪培庄. 模糊集合论及其应用[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1983.
 WANG P Z. Fuzzy set theory and its application[M]. Shanghai: Shanghai Science and Technology Press, 1983. (in Chinese)
 [3] 雷一鸣, 代兵, 包玉娥. 关于模糊数贴近度问题的研究[J]. 纯粹数学与应用数学, 2015, 31 (6) : 611-619.

- LEI Y M, DAI B, BAO Y E. The research of degree of closeness about fuzzy numbers[J]. Pure and Applied Mathematics, 2015, 31(6): 611-619. (in Chinese)
- [4] 汪培庄. 模糊数学及其应用[J]. 河南师大学报(自然科学版), 1983(2): 1-20.
WANG P Z. Fuzzy mathematics and its application[J]. Journal of Henan Normal University (Natural Science Edition), 1983(2): 1-20. (in Chinese)
- [5] 赵沁平. 模糊集合的模糊度与贴近度[J]. 数学的实践与认识, 1982(1): 44-49.
ZHAO Q P. Fuzziness and close degree of fuzzy sets[J]. Mathematics in Practice and Theory, 1982(1): 44-49. (in Chinese)
- [6] 赵汝怀, 陈小君. 模糊子集贴近度的普遍定义与模糊度[J]. 西安交通大学学报, 1981, 16(6): 21-28.
ZHAO R H, CHEN X J. The universal definition of nearitude for the fuzzy subsets and the grade of imprecision[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 1981, 16(6): 21-28. (in Chinese)
- [7] 彭祖增, 孙韞玉. 模糊(Fuzzy)数学及其应用[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2002.
PENG Z Z, SUN Y Y. Fuzzy mathematics and its application[M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2002. (in Chinese)
- [8] 孟艳. 模糊数学及其应用[M]. 2版. 北京: 冶金工业出版社, 2005.
MENG Y. Fuzzy mathematics and its application[M]. 2nd ed. Beijing: Metallurgical Industry Press, 2005. (in Chinese)
- [9] 唐有文. 模糊集的新贴近度[J]. 青海大学学报(自然科学版), 1998, 16(5): 40-42.
TANG Y W. New degree of proximity of fuzzy sets[J]. Journal of Qinghai University (Natural Science Edition), 1998, 16(5): 40-42. (in Chinese)
- [10] 黄艳艳. 关于贴近度的性质及一个新公式[D]. 重庆: 西南大学, 2009.
HUANG Y Y. On the properties of the closeness degree and a new formula[D]. Chongqing: Southwestern University, 2009. (in Chinese)
- [11] 刘来福. 模糊数学在小麦亲本识别上的应用[J]. 北京师范大学学报(自然科学版), 1979(3): 78-85.
LIU L F. The application of fuzzy mathematics to the identification of the parents of wheat[J]. Journal of Beijing Normal University (Natural Science), 1979(3): 78-85. (in Chinese)
- [12] 王爱茹, 刘桂然. 模糊模式识别在小麦亲本鉴别中的应用[J]. 安徽农业科学, 2008, 36(35): 15283-15312.
WANG A R, LIU G R. Application of fuzzy pattern recognition in wheat type identification[J]. Journal of Anhui Agricultural Sciences, 2008, 36(35): 15283-15312. (in Chinese)
- [13] 李志亮, 罗芳. 模糊模式识别的基本方法及其应用[J]. 宁德师专学报(自然科学版), 2007(3): 231-234.
LI Z L, LUO F. Elementary analysis on the basic methods of fuzzy pattern recognition[J]. Journal of Ningde Teachers College (Natural Science), 2007(3): 231-234. (in Chinese)
- [14] 付颖. 基于模糊贴近度的 γ 能谱指纹类型识别[D]. 大连: 辽宁师范大学, 2011.
FU Y. Type recognition of γ spectrum fingerprint based on fuzzy closeness[D]. Dalian: Liaoning Normal University, 2011. (in Chinese)
- [15] 李世勇. 工程模糊数学及应用[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2004.
LI S Y. Engineering fuzzy mathematics and its application[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2004. (in Chinese)
- [16] 韩立岩, 汪培庄. 应用模糊数学[M]. 北京: 首都经济贸易大学出版社, 1998.
HAN L Y, WANG P Z. Application of fuzzy mathematics[M]. Beijing: Capital University of Economics and Business Press, 1998. (in Chinese)