

# 一维光子晶体平板波导特性研究

汪忠柱<sup>1</sup>, 吴先良<sup>1,2</sup>, 沙 威<sup>2</sup>

(1. 安徽大学光电信息获取与控制教育部重点实验室, 合肥 230039;  
2. 安徽大学电子科学与技术学院, 合肥 230039)

**摘要:** 本文将一维光子晶体平板波导等效为“光子晶体+衬底(波导层)+光子晶体”的“三明治”结构, 采用传输矩阵法分析了电磁波正入射时光子晶体的禁带特性, 其第一禁带中心频率为 86.3 THz, 频宽为 73~99 THz。同时, 根据多层介质平板波导理论分析方法研究了频率在第一禁带范围内的电磁波在一维光子晶体平板波导中的传输特性。研究表明, 波导传输的是 TE 和 TM 主模, 对于高次模式, 不能在波导中传输; 另外, TE 主模的功率约束因子  $\Gamma$  在 0.99~1 之间, 说明电磁场完全约束在波导层内, 与光子晶体理论预期结果一致。

**关键词:** 电磁场与微波; 光子晶体平板波导; 光子禁带; 传输模式; 功率约束因子

**中图分类号:** O743 **文献标识码:** A **文章编号:** 1674-2850(2008)08-0773-6

## Analysis of one-dimensional photonic crystal planar waveguide

WANG Zhongzhu<sup>1</sup>, WU Xianliang<sup>1,2</sup>, SHA Wei<sup>2</sup>

(1. *Key Laboratory of Opto-electric Information Acquisition and Manipulation, Anhui University, Ministry of Education, Hefei 230039;*  
2. *School of Electronic Science and Technology, Anhui University, Hefei 230039*)

**Abstract:** One-dimensional photonic crystal planar waveguide is presented as sandwich structure of a dielectric planar guide stacked by one-dimensional photonic crystals consisting of a periodic multilayer planars. Transfer matrix method (TMM) is used to analyze stop band property of one-dimensional photonic crystals at the normal incidence for electromagnetic wave, its first stop band lies in the range of 73~99 THz, the center frequency is 86.3 THz. Additionally, transmission properties of one-dimensional photonic crystal planar waveguide in the range of first stop band is investigated based on multilayer dielectric planar waveguide analysis method. The results show that only TE and TM main modes can propagate in waveguide, furthermore, power constrained factor ( $\Gamma$ ) of TE main mode is in 0.99~1, in other words, electromagnetic wave is fully constrained in dielectric planar guide, which is coined with the prediction property of photonic crystals.

**Key words:** electromagnetic field and microwave; photonic crystal planar waveguide; photonic band-gap; guidance mode; power constrained factor

## 0 引言

光子晶体是一种折射率周期性变化的人工微结构材料, 它对波长为晶体周期量级的电磁波具有强烈的调制作用, 具有光子带隙和光子局域两个基本特征<sup>[1]</sup>。类比于半导体, 光子晶体由于具有调控光子流的特性, 将在光通讯和集成光学领域具有巨大的应用价值<sup>[2~4]</sup>。

现今, 由于多层膜制备工艺以及光刻技术日益成熟, 一维光子晶体器件的制备相对简单且廉价, 另外, 一维光子晶体模型具有光子晶体的基本特征, 在概念上具有代表性, 而且能够得出解析结果。因此, 研究人员对一维光子晶体进行了全方位地研究, 如用它制造的超低损耗波导、非线性光学二极

**基金项目:** 安徽省教育厅基金 (KJ2007B033)

**作者简介:** 汪忠柱 (1977—), 男, 副教授, 主要研究方向: 光子晶体、吸波材料, E-mail: wangzz@ahu.edu.cn

管、光学限幅器、二次谐波发生器、零阈值激光器等光学器件；分别提出了传输矩阵法、平面波展开法、时域有限差分法 (FDTD) 等方法围绕着光子带隙的调制和光子局域模式产生及应用两个方面进行研究<sup>[5~9]</sup>。

本文研究了由相对介电常数为  $\epsilon_1$  的衬底介质及相对介电常数分别为  $\epsilon_2$  和  $\epsilon_3$  的两种介质 ( $\epsilon_1 > \epsilon_2 > \epsilon_3$ ) 构成的一维光子晶体平板波导模型。首先用特征矩阵法研究了光子晶体的禁带特性, 然后采用通常的多层对称结构的平板介质波导理论处理方法<sup>[10]</sup>研究了频率在禁带范围内的电磁波在波导层 (缺陷层) 中的传输模式以及被约束的能力。一方面, 能够直观地证实光子晶体的特性和应用价值; 另一方面, 对于光子晶体器件设计具有重要的理论指导意义。

## 1 一维光子晶体平板波导结构与光子禁带特性分析

### 1.1 一维光子晶体平板波导结构

对于如图 1 所示的多层对称平板介质结构, 中心层介质的相对介电常数  $\epsilon_1$  为 12.25, 厚度 800 nm, 记为  $2d_0$ , 相对介电常数分别为  $\epsilon_2$  和  $\epsilon_3$  的两种膜层的厚度分别记为  $d_1$  和  $d_2$ ,  $\epsilon_2 = 5.5225$ ,  $\epsilon_3 = 1.9044$ ,  $d_1 = 370$  nm,  $d_2 = 630$  nm。根据文献<sup>[11]</sup>, 对于相对介电常数分别为  $\epsilon_2$  和  $\epsilon_3$  的两种膜层交替构成的一维周期性结构材料, 当取六个周期膜层对时, 可以认为是一个一维光子晶体。因此, 图 1 可以看成是在一维周期性结构的最中间层中掺入了杂质层, 称为含缺陷态 (面缺陷) 的一维光子晶体, 光波沿着  $x$  轴方向入射, 光子晶体充当反射墙的作用, 对光波在中心层 (缺陷层) 沿着  $x$  轴方向传输将会产生一定的约束作用, 另外, 由于  $\epsilon_1 > \epsilon_2 > \epsilon_3$ , 把如图 1 方式所构成的器件也称为三明治结构 “光子晶体 + 衬底 (波导层) + 光子晶体” 的一维光子晶体平板波导器件。

### 1.2 光子禁带特性

对于相对介电常数分别为  $\epsilon_2$  和  $\epsilon_3$  的两种介质构成的如图 1 所示的一维光子晶体, 当电磁波沿着  $z$  轴方向正入射时, 根据传输矩阵法<sup>[12]</sup>, 计算得到 TM 模和 TE 模的色散关系是相同的, 如下所示。

$$\cos k_z d = \cos \delta_1 \cos \delta_2 - \frac{1}{2} \left( \frac{\eta_1}{\eta_2} + \frac{\eta_2}{\eta_1} \right) \sin \delta_1 \sin \delta_2 \quad (1)$$

其中,  $\delta_1 = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_2} \cdot d_1$ ,  $\delta_2 = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_3} \cdot d_2$ ,  $d = d_1 + d_2$ ,  $\eta_1 = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \sqrt{\epsilon_2}$ ,  $\eta_2 = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \sqrt{\epsilon_3}$ ,  $\epsilon_0$ 、 $\mu_0$  分别为真空介电常数、真空磁导率,  $d_1$  和  $d_2$  分别为相对介电常数为  $\epsilon_2$  和  $\epsilon_3$  的两种介质层的厚度,  $c$  为光速,  $k_z$  为电磁波沿着  $z$  方向传播时的波矢,  $\omega$  为平面波的角频率。如果将  $k_z d$  限制在  $[0, \pi]$  范围内, 根据式 (1) 可以得到一维光子晶体的带隙结构, 如图 2 所示。其中, 第一禁带频率范围:

$$458 \sim 621 \text{ THz}, \omega_0 = \frac{c\pi}{n_1 \cdot d_1 + n_2 \cdot d_2} = 542 \text{ THz}.$$

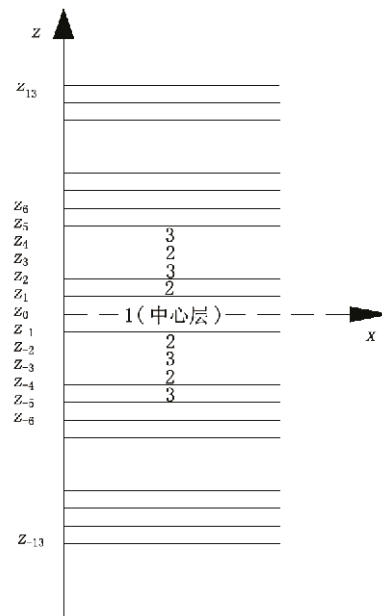


图 1 一维光子晶体平板波导以及所选用的坐标系  
Fig. 1 Model and coordinate system of one-dimensional photonic crystal planar waveguide

## 2 一维光子晶体平板波导特性

### 2.1 模式方程

当光波在图 1 结构中沿着  $x$  轴方向入射时，根据对称性，将坐标原点取在中心层的中心处记为  $z_0$ ，分界面坐标分别为  $z_1, z_2, z_{-1}, z_{-2}, \dots$ ，如图 1 所示。由波动方程

$$\frac{d^2\Psi}{dz^2} + (k_0^2 n_i^2 - \beta^2)\Psi = 0, \quad i = 0, 1, 2 \quad (2)$$

其中， $n_0 = \sqrt{\epsilon_1}$ ， $n_1 = \sqrt{\epsilon_2}$ ， $n_2 = \sqrt{\epsilon_3}$ ， $\beta$  为传播常数； $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$  为真空中的波数； $\Psi$  为波导各区场。当  $k_0^2 n_i^2 - \beta^2 > 0$  时， $\Psi$  对应着振荡解；当  $k_0^2 n_i^2 - \beta^2 < 0$  时， $\Psi$  对应着指数式解，由于  $n_0 > n_1 > n_2$ ，为讨论方便，先设中心层为振荡解、其余各层均为指数式解。另外，分界面上的边界条件为

$$\begin{aligned} \text{TE 模: } \Psi &= E_y; & \Psi \text{ 及 } \frac{d\Psi}{dz} \text{ 连续} \\ \text{TM 模: } \Psi &= H_y; & \Psi \text{ 及 } n^{-2} \frac{d\Psi}{dz} \text{ 连续} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\text{定义} \quad \begin{cases} k = \sqrt{k_0^2 \cdot \epsilon_1 - \beta^2} \\ p_1 = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 \cdot \epsilon_2} \\ p_2 = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 \cdot \epsilon_3} \end{cases} \quad (4)$$

#### 2.1.1 各层平板中的场函数表达式

于是各层中的场函数可以写成下列形式，它们已满足  $\Psi$  连续的条件。原点以上各层中的场函数如式 (5) 所示

$$\Psi_{+0} = A_{+1} \cos[k(z - d_0) + \varphi_{+0}], \quad 0 \leq z \leq d_0 \quad (5a)$$

$$\Psi_{+1} = \frac{A_{+1} \cos \varphi_{+0}}{\cosh \delta_{+1}} \cdot \cosh[p_1(z - d_0) - \delta_{+1}], \quad d_0 \leq z \leq d_0 + d_1 \quad (5b)$$

$$\Psi_{+2} = \frac{A_{+1} \cos \varphi_{+0}}{\cosh \delta_{+1}} \cdot \cosh[p_1 d_1 - \delta_{+1}] \times \frac{\cosh[p_2(z - d_0 - d_1) - \delta_{+2}]}{\cosh \delta_{+2}}, \quad d_0 + d_1 \leq z \leq d_0 + d_1 + d_2 \quad (5c)$$

$$\Psi_{+3} = \frac{A_{+1} \cos \varphi_{+0}}{\cosh \delta_{+1}} \cdot \cosh[p_1 d_1 - \delta_{+1}] \times \frac{\cosh[p_2 d_2 - \delta_{+2}]}{\cosh \delta_{+2}} \cdot \frac{1}{\cosh \delta_{+3}} \times \cosh[p_1(z - d_0 - d_1 - d_2) - \delta_{+3}], \quad d_0 + d_1 + d_2 \leq z \leq d_0 + 2d_1 + d_2 \quad (5d)$$

依此类推，可以写出相应各层中  $\Psi_{+4}, \Psi_{+5}, \Psi_{+6}, \Psi_{+7}, \dots, \Psi_{+n}$  ( $n=12$ ) 的场函数表达式。其中， $\varphi_{+0}, \delta_{+1}, \delta_{+2}, \delta_{+3}, \dots, \delta_{+n}$  是由边界条件所确定的常数。另外，根据对称性，原点以下各层中的场函数表达式

$$\Psi_{-0} = A_{-1} \cos[k(z + d_0) - \varphi_{-0}], \quad -d_0 \leq z \leq 0 \quad (5e)$$

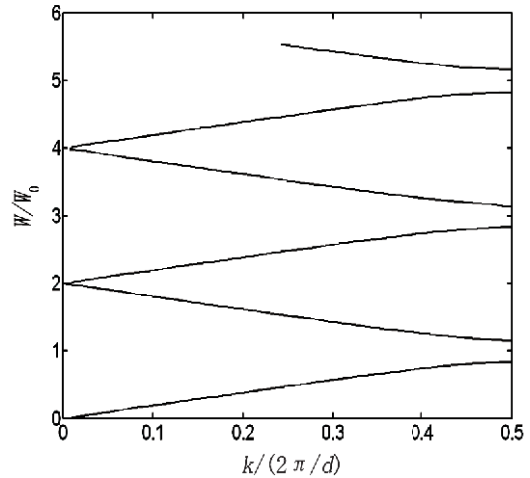


图 2 一维光子晶体的带隙结构  
Fig. 2 One dimensional photonic crystal band-gap

$$\Psi_{-1} = \frac{A_{-1} \cos \varphi_{-0}}{\cosh \delta_{-1}} \cdot \cosh[p_1(z + d_0) - \delta_{-1}], \quad -d_0 - d_1 \leq z \leq -d_0 \quad (5f)$$

$$\Psi_{-2} = \frac{A_{-1} \cos \varphi_{-0}}{\cosh \delta_{-1}} \cdot \cosh[p_1 d_1 - \delta_{-1}] \times \frac{\cosh[p_2(z + d_0 + d_1) - \delta_{-2}]}{\cosh \delta_{-2}}, \quad -d_0 - d_1 - d_2 \leq z \leq -d_0 - d_1 \quad (5g)$$

依此类推,也可以写出相应各层中  $\Psi_{-3}$ 、 $\Psi_{-4}$ 、 $\Psi_{-5}$ 、 $\Psi_{-6}$ 、 $\Psi_{-7}$ 、 $\dots$ 、 $\Psi_{-n}$  ( $n=12$ ) 的场函数表达式,其中,  $\varphi_{-0}$ 、 $\delta_{-1}$ 、 $\delta_{-2}$ 、 $\delta_{-3}$ 、 $\dots$ 、 $\delta_{-n}$  为边界条件所确定的常数。

### 2.1.2 TE 导模和 TM 导模的模式方程

根据 TE 模和 TM 模满足的边界条件,如式 (4) 所示,推导出 TE 模和 TM 模在光子晶体波导中心层中形成导模的条件

$$2 \cdot k \cdot d_0 = m \cdot \pi + \varphi_{+0} + \varphi_{-0}, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (6)$$

尽管 TE 导模和 TM 导模的模式方程 (6) 形式相同,但 TE 模式和 TM 模式的  $\varphi_{+0}$  和  $\varphi_{-0}$  的值都不同,下面分别推导 TE 模式和 TM 模式的  $\varphi_{+0}$  和  $\varphi_{-0}$  值,另外,  $m$  是从零开始的正整数,它分别给出 TE 导模和 TM 导模的阶数,把式 (4) 代入,由模式方程解得  $\beta$ 。

### 2.1.3 TE 模和 TM 模的 $\varphi_{+0}$ 和 $\varphi_{-0}$ 值

令  $c_{ij}=1$  (TE 模),  $c_{ij} = (n_i/n_j)^2$  (TM 模),  $n_i$ 、 $n_j$  分别表示分界面处相邻第  $i$ 、 $j$  层介质的折射率。由  $\frac{d\Psi}{dz}$  连续 (TE 模) 和  $n^{-2} \frac{d\Psi}{dz}$  连续 (TM 模) 的边界条件得到

$$\varphi_{+0} = \arctan(C_{01} \cdot \frac{p_1}{k} \cdot \tanh \delta_{+1}) \quad (7a)$$

$$\delta_{+1} = \arctan(C_{12} \cdot \frac{p_2}{p_1} \cdot \tanh \delta_{+2}) + p_1 \cdot d_1 \quad (7b)$$

$$\delta_{+2} = \arctan(C_{23} \cdot \frac{p_3}{p_2} \cdot \tanh \delta_{+3}) + p_2 \cdot d_2 \quad (7c)$$

.....

$$\delta_{+n} = \arctan(C_{n,n+1} \cdot \frac{p_{n+1}}{p_n} \cdot \tanh \delta_{+n}) + p_n \cdot d_n \quad (7d)$$

其中,当  $n$  为奇数时,  $p_n = p_1$ ; 当  $n$  为偶数时,  $p_n = p_2$ 。将已知条件代入,利用递推公式得到  $\varphi_{+0}$  与  $\beta$ 、 $\omega$  之间的关系式。

另外,根据边界条件也可以得到  $\varphi_{-0}$ 、 $\delta_{-1}$ 、 $\delta_{-2}$ 、 $\delta_{-3}$ 、 $\dots$ 、 $\delta_{-n}$  与式 (8) 类似的表达式。不过,根据对称性,以及  $\Psi(z)$  为  $z$  的偶函数,由条件  $\Psi'(z)/_{z=0} = 0$  可知

$$\varphi_{-0} = \varphi_{+0} \quad (8)$$

### 2.1.4 TE 导模和 TM 导模的模式特性

根据式 (6) ~ (8),将图 1 一维光子晶体平板波导的已知条件代入,用 Matlab 软件编程计算得到  $m=0, 1, 2, \dots$  时,TE 导模和 TM 导模的模式特性如图 3 所示。

图 3 研究结果表明,对于一维光子晶体平板波导而言,在光子禁带频率范围,波导传输的是 TE 和 TM 主模式,对于高次模,则不能在波导中传输。同时,在求解波导模式过程中,也发现在禁带边缘处,出现了较为反常的相移常数模式曲线,即光子晶体在禁带边缘具有大的光学色散,有关文献也报道过这一现象<sup>[13]</sup>,但此现象还需要进一步研究。

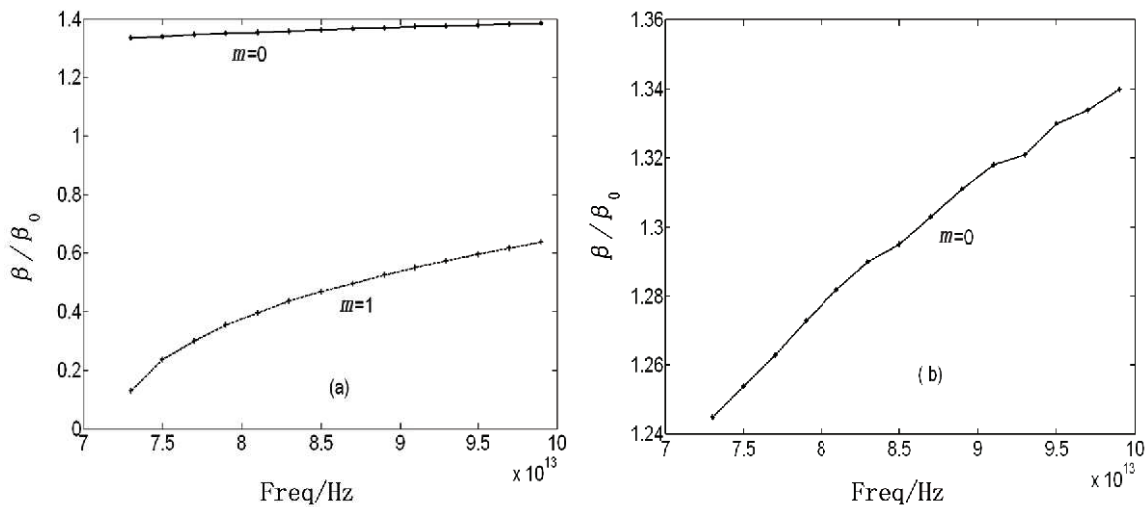


图3 一维光子晶体平板波导模式特性曲线

Fig.3 Modes properties of one-dimensional photonic crystal planar waveguide

a—TE 模式； b—TM 模式  
a— TE Mode； b— TM mode

### 2.2 功率约束因子

利用场分布表达式可以计算一维光子晶体平板波导的缺陷层（波导层）功率与总功率之比，称为功率约束因子  $\Gamma$

$$\Gamma = \frac{\int_0^{d_0} \Psi^2 dz}{\int_0^{\infty} \Psi^2 dz} \quad (9)$$

根据一维光子晶体平板波导各区场函数的表达式，编程计算了第一禁带频率范围内（73~99 THz）TE 主模式的功率约束因子，如表 1 所示。

表 1 一维光子晶体平板波导 TE 主模的功率约束因子

Tab.1 Power constrained factor of TE main mode of one-dimensional photonic crystal planar waveguide

频率/THz	73	77	81	85	89	93	97
功率约束因子 $\Gamma$	0.99	0.993	0.995	0.996	0.997	0.9977	0.998

如表 1 所示，一维光子晶体平板波导的功率约束因子接近于 1，比普通的多层平板波导大，这个性质对于改善半导体激光器的性能很重要，因为激光器的阈值电流是与功率约束因子  $\Gamma$  成反比的<sup>[14]</sup>。因此，一维光子晶体有望制成零阈值的激光器。另外，为了便于对比，研究了处在光子晶体通带频率范围的电磁波的传输特性，任意选取频率为 40 THz 和 50 THz 进行了研究，相应的 TE 主模式的相移常数  $\beta$  分别为  $2.34 \times 10^6$  rad/m 和  $3.226 \times 10^6$  rad/m，相应的相移常数比  $\beta/\beta_0$  分别为 1.19 和 1.311，其功率约束因子  $\Gamma$  分别为 0.84 和 0.86。

### 3 结论

采用通常的多层介质对称平板波导的理论处理方法研究了一维光子晶体平板波导，分析了光子晶体禁带特性、缺陷层中电磁波传输模式以及功率分布情况。研究表明，在禁带频率范围内，波导传输的是 TE 和 TM 主模，而且电磁场完全约束在波导层（缺陷层）内，对于高次模式，则不能在波

导中传输。较为直观地证实了一维光子晶体平板波导器件的优越性能与应用前景。另外,对于一维光子晶体平板波导器件在禁带边出现大的或反常的模式色散现象还需要进一步研究。

### [参考文献] (References)

- [1] YABLONOVITCH E. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, 58(20): 2059~2061.
- [2] SAINIDOU R, DJAFARI-ROUHANI B, PENNEC Y, et al. Locally resonant phononic crystals made of hollow spheres or cylinders[J]. *Phys. Rev. B*, 2006, 73: 24302~24309.
- [3] INOUE H, ARAKAWA M, YE J Y, et al. Optical properties of a total-reflection-type one-dimensional photonic crystal[J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 2002, 38 (7): 867~871.
- [4] SCISCIONE L, CENTINI M, SIBILIA C, et al. Entangled, guided photon generation in (1+1)-dimensional photonic crystals[J]. *Phys. Rev. A*, 2006, 74: 13815~13821.
- [5] TIAN H P, ZI J. One-dimensional tunable photonic crystals by means of external magnetic fields[J]. *Optics Communications*, 2005, 252 (4~6): 321~328.
- [6] CHAUMET P C, SENTENAC A. Numerical simulations of the electromagnetic field scattered by defects in a double-periodic structure[J]. *Phys. Rev. B*, 2005, 72: 205437~205445.
- [7] NEMEC H, DUVILLARET L, GARNET F, et al. Thermally tunable filter for terahertz range based on a one-dimensional photonic crystal with a defect[J]. *J. Appl. Phys.*, 2004, 96(8): 4072~4975.
- [8] IMADA M, CHUTINAN A, NODA S, et al. Multidirectionally distributed feedback photonic crystal lasers[J]. *Phys. Rev. B*, 2002, 65(19): 195306~195314.
- [9] VOLKOV V S, BOZHEVOLNYI S I. Near-field characterization of low-loss photonic crystal waveguides[J]. *Phys. Rev. B*, 2005, 72(3): 35118~35125.
- [10] 余守宪. 导波光学物理基础[M]. 北京: 北方交通大学出版社, 2002.  
SHE S X. Physics foundation of optics waveguide[M]. Beijing: Northern Jiaotong University Press, 2002. (in Chinese)
- [11] 顾国昌, 李宏强, 陈洪涛, 等. 一维光子晶体材料中的光学传输特性[J]. *光学学报*, 2000, 20 (6): 728~734.  
GU G C, LI H Q, CHEN H T, et al. Properties of light propagation in 1-D periodic dielectric structure[J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, 20(6): 728~734. (in Chinese)
- [12] 王辉, 李永平. 用特征矩阵法计算光子晶体的带隙结构[J]. *物理学报*, 2001, 50 (11): 2172~2178.  
WANG H, LI Y P. An eigen matrix method for obtaining the band structure of photonic crystals[J]. *Acta Physica Sinica*, 2001, 50(11): 2172~2178. (in Chinese)
- [13] SUKHORUKOV A A, KIVSHAR Y S. Spatial optical solitons in nonlinear photonic crystals[J]. *Phys. Rev. E*, 2002, 65(3): 036609.
- [14] 高少文. 980 nm 半导体泵浦激光器结构设计[D]. 上海: 中国科学院上海微系统与信息技术研究所, 2002.  
GAO S W. Structure design for semiconductor lasers that emit at a wavelength of 980 nm[D]. Shanghai: Shanghai Institute of Microsystem and Information Technology, 2002. (in Chinese)