

基于动态规划改进求解 VRP 问题的节约法研究

张 艳

(大连职业技术学院管理工程系, 辽宁大连 116035)

摘要: 本文提出了车辆路线优化调度问题 (VRP) 节约法的一种改进方法—动态规划节约法 (DSM)。由于节约法的优化过程是多阶段决策的, 每个阶段所做的决策都影响着未来的可选决策集合, 且决策过程不可逆, 具备动态规划问题的基本特征。该法利用了 VRP 问题在优化过程中的动态规划特性, 将代表启发式算法的节约法与代表精确算法的动态规划相结合, 建立不断增加节约量的动态规划数学模型, 使其能够得到全局最优解。一方面解决了传统节约法不能保证得到最优解和求解结果不统一的问题; 另一方面又避免了精确算法的计算量膨胀。该法计算过程平稳收敛, 对增加约束条件的情况更易接受, 具有一定的实用价值。

关键词: 交通运输规划与管理; 动态规划节约法; 节约法; 车辆路径问题; 动态规划

中图分类号: U4 **文献标识码:** A **文章编号:** 1674-2850(2008)05-0185-5

Stuely on improved saving method of VRP based on dynamic programming

ZHANG Yan

(Faculty of Management Engineering, Dalian Vocational Technical College,
Dalian, Liaoning 116035)

Abstract: In this paper, a new algorithm named DSM (Dynamic programming Saving Method) is submitted which improving the Saving Method of VRP(vehicle routing problem). The optimization procedure of Saving Method is a multi-stage decision process, decision-making in each stage will always affect the future optional set of support strategy, even the decision procedure is nonreciprocal, it has basic characteristic of dynamic programming. DSM uses the basic characteristic of dynamic programming in the optimization procedure of Saving Method, combines the Saving Method standing in for heuristic approach and dynamic programming standing in for precise algorithmic, and to set up a dynamic programming mathematical model in which the saving value increased continually, so as to find the global optimal solution, which solved the inexactitude problems of couldn't be assure of finding the precision optimal solution and the skimble-scamble solution, also avoids expanding of calculation. Yet, DSM model accepts increased constraint easily, it can add more filtrate conditions which make the computational procedure converging smoothly. DSM gives a certain practical value to micro midi VRP.

Key words: transportation planning and management; dyramic programming saving method; saving method; vehide routing problem; dynamic programming

0 引言

随着社会经济的不断发展, 市场竞争越来越激烈, 作为“第三利润源”的物流不仅因其成本意义而受到关注, 更因其战略意义而受到企业高层的重视。其中, 物流配送车辆优化调度问题是城市或区域配送中节约物流成本的一个关键技术问题。

作者简介: 张艳 (1972 (vehicle routing problem, VPR) —), 女, 讲师, 主要研究方向: 物流运筹学、物流信息管理, E-mail: zy6120@tom.com

车辆路径问题又称运输调度问题 (vehicle routing and scheduling problem, 简记 VRP & VSP), 包括两部分, 其一是行车路线 (vehicle routing) 的设计, 其二是出行时间表的安排 (vehicle scheduling), 广义的 VRP 包括 VSP, 本文所指均为广义上的 VRP。VRP 最早由 Dantzig 和 Ramser 于 1959 年提出^[1]的, 是指在客户需求位置已知的情况下, 确定车辆在各个客户间的行程路线, 使得运输路线最短或运输成本最低。

车辆路径问题 (VRP) 是组合优化领域中著名的 NP 难题。目前解决该问题的现代数学方法主要分为精确优化方法、启发式方法、模拟方法、交互式优化法等。其中精确算法的计算复杂度很高, 花费的时间和费用太大, 因此精确解法不能应用于规模较大的问题求解。启发式方法虽然不一定得到问题的最优解, 但是可以高效率地得到较优的解, 较精确优化方法更为实用, 它的主要缺点是难于知道什么时候好的启发式解已经被求得。启发式方法中最具代表性的就是由 Clarck 和 Wright 提出的节约法 (Saving Method)^[2]。典型启发式算法中还包括 Gillet 和 Milled 提出的扫描法 (Sweep Method)^[3]。

国内对 VRP 的研究较少, 近年来随着电子商务在我国的兴起和物流配送业务在我国展开, 对 VRP 的研究也日益受到学者们的关注。如文献 [4] 提出的利用遗传算法来求解 VRP 问题, 文献 [5] 提出的带时间窗约束的配载车辆调度问题, 文献 [6] 对基于 GIS 的配送车辆路线规划的问题进行了研究。

本课的研究, 旨在通过应用动态规划思想, 改进求解 VRP 问题的节约法, 建立不断增加节约量的动态规划数学模型, 使其能够得到全局最优解。该算法计算量较小, 平稳收敛, 且对增加约束条件的情况更易接受。

1 问题的提出

如前所述, 启发式算法并不能保证得到问题的最优解。节约法求解配送路线优化问题, 有时就会出现仅得满意解的情况, 我们来看下面这个例子。

这是一个配送中心, 7 个用户的问题。表 1 给出了配送中心与用户的距离、用户之间的距离以及客户的需求量 q_i (单位: t), 现有 7 台 4 t 的车, 3 台 6 t 的车。求运输里程最短的配送车辆路线优化的方案。

解: 根据节约量公式, 求出用户连接的费用节约值, 如表 2 所示。

表 1 运输里程表
Tab.1 Table of transportation mileage

需求量/t	P ₀							
3.2	8	P ₁						
1.6	4	5	P ₂					
1.5	11	11	6	P ₃				
1.4	12	18	13	7	P ₄			
2.4	5	13	9	15	8	P ₅		
2.2	12	18	16	22	17	9	P ₆	
1.7	10	7	12	18	22	15	11	P ₇

表 2 用户连接的费用节约值
Tab.2 Cost saving value of connection

需求量/t	P ₀							
3.2	8	P ₁						
1.6	4	7	P ₂					
1.5	11	8	9	P ₃				
1.4	12	2	3	16	P ₄			
2.4	5	0	0	1	9	P ₅		
2.2	15	2	0	1	7	8	P ₆	
1.7	19	11	2	3	0	0	11	P ₇

配送路线优化的过程简写如下:

1) 第一种优化方法:

初始方案: 对每个用户单独送货, 需 7 台 4 t 的车, 总里程

$$S_0 = 2 \times (8 + 4 + 11 + 12 + 5 + 12 + 10) = 124 \text{ km}$$

改进 1: 最大节约量 $S_{\max} = S_{34} = 16$, $Q_{34} = Q_3 + Q_4 = 2.9 \text{ t}$, 需要 6 台 4 t 的车,
总里程 $S_1 = 124 - 16 = 108 \text{ km}$

改进 2: $S_{\max} = S_{67} = 11$, $Q_{67} = Q_6 + Q_7 = 3.9 \text{ t}$, 需要 5 台 4 t 的车,
总里程 $S_2 = 108 - 11 = 97 \text{ km}$

改进 3: $S_{\max} = S_{17} = 11$, $Q_{167} = Q_1 + Q_{67} = 7.1 \text{ t}$, 不可行。
 $S_{\max} = S_{45} = 9$, $Q_{345} = Q_5 + Q_{34} = 5.3 \text{ t}$, 需要 3 台 4 t 的车, 1 台 6 t 车,
总里程 $S_3 = 97 - 9 = 88 \text{ km}$

改进 4: $S_{\max} = S_{23} = 9$, $Q_{2345} = Q_2 + Q_{345} = 6.9 \text{ t}$, 不可行。
同理, $S_{\max} = S_{56} = 8$, $S_{\max} = S_{13} = 8$, 均不可行。
 $S_{\max} = S_{12} = 7$, $Q_{12} = Q_1 + Q_2 = 4.8 \text{ t}$, 需要 1 台 4 t 的车, 2 台 6 t 车,
总里程 $S_3 = 88 - 7 = 81 \text{ km}$

最优方案为: 1、2 商店共同送货, 货物量 4.8 t, 采用 6 t 的车; 3、4、5 商店共同送货, 货物量 5.3 t, 采用 6 t 的车; 6、7 商店共同送货, 货物量 3.9 t, 采用 4 t 车。总里程 81 km。

2) 第二种优化方法

如果在遇到相同节约值的时候做出不同的选择, 会有如下另一种方案。

初始方案: 对每个用户单独送货, 需 7 台 4 t 的车, 总里程

$$S_0 = 2 \times (8 + 4 + 11 + 12 + 5 + 12 + 10) = 124 \text{ km}$$

改进 1: 最大节约量 $S_{\max} = S_{34} = 16$, $Q_{34} = Q_3 + Q_4 = 2.9 \text{ t}$, 需要 6 台 4 t 的车,
总里程 $S_1 = 124 - 16 = 108 \text{ km}$

改进 2: $S_{\max} = S_{17} = 11$, $Q_{17} = Q_1 + Q_7 = 4.9 \text{ t}$, 需要 4 台 4 t 的车, 1 台 6 t 的车,
总里程 $S_2 = 108 - 11 = 97 \text{ km}$

改进 3: $S_{\max} = S_{67} = 11$, $Q_{176} = Q_{17} + Q_6 = 7.1 \text{ t}$, 不可行。
 $S_{\max} = S_{23} = 9$, $Q_{234} = Q_2 + Q_{34} = 4.5 \text{ t}$, 需要 2 台 4 t 的车, 2 台 6 t 车,
总里程 $S_3 = 97 - 9 = 88 \text{ km}$

改进 4: $S_{\max} = S_{45} = 9$, $Q_{2345} = Q_{234} + Q_5 = 6.9 \text{ t}$, 不可行。
 $S_{\max} = S_{56} = 8$, $Q_{56} = Q_5 + Q_6 = 4.6 \text{ t}$, 需要 3 台 6 t 车,
总里程 $S_4 = 88 - 8 = 80 \text{ km}$

最优方案为: 1、7 商店共同送货, 货物量 4.9 t, 采用 6 t 的车; 2、3、4 商店共同送货, 货物量 4.5 t, 采用 6 t 的车; 5、6 商店共同送货, 货物量 4.8 t, 采用 6 t 的车。总里程 80 km。

以上两种方法, 求解过程均正确, 但结果却不同。从中可以看出以下问题: 在用节约法求解中小型 VRP 问题时, 能够比较快地得出较优解, 但不能保证得到精确最优解, 在一定程度上失去了模型优化的意义。由于节约法的优化过程是一个多阶段决策过程, 每个阶段所做决策都影响着未来的可选决策集合, 且决策过程不可逆, 具备动态规划问题的基本特征。本文研究的初步宗旨, 在于通过应用动态规划思想, 改进求解 VRP 问题的节约法, 建立不断增加节约量的动态规划数学模型, 使其得到全局最优解。

2 动态规划节约法 (DSM) 模型初论

2.1 建立 VRP 问题的动态规划数学模型

应用动态规划思想, 将决策过程分为 n 个阶段, 各阶段可选决策集合受模型条件约束。通过过滤, 在可选决策集合中以节约量之和最大为指标函数建立动态规划的基本方程。

状态转移方程中, 对载重超限等不符合约束条件的点, 设计为中止重计点, 其下一阶段的状态转移, 客户序列重起, 载重量重计, 节约量之和不变 (即节约量的阶段指标函数为 0)。

1) 创建结点标号 ($\sum S_{ij}|P_k \cdots \cdots| \sum q_k$), 其中 $\sum S_{ij}$ 为节约量累计之和, $P_k \cdots \cdots$ 为路线连接的客户, $\sum q_k$ 为客户的送货量之和。

2) 阶段: 配送中心为 m 个客户送货, 我们将问题划分为 $k=m-1$ 个阶段。

3) 我们状态: 每个阶段的状态即当前需要送货的客户, 有 m 个客户, 但可选决策集合需要满足下列条件: 已连点不再连 (即目的地不可包含在本地 $P_k \cdots \cdots$ 序列中)。

4) 状态转移方程

(1) 情形一: $\sum q_k$ 未超出车辆载重限制时, $P_k \cdots \cdots$ 序列增加, $\sum S_{ij}$ 增加, $\sum q_k$ 增加。

(2) 情形二: $\sum q_k$ 超出车辆载重限制时, $P_k \cdots \cdots$ 序列中止重计, $\sum S_{ij}$ 保持不变, $\sum q_k$ 增加。

5) 动态规划基本方程

$$\sum S_{k+1}|P_{k+1} \cdots \cdots| \sum q_{k+1} = \max \left\{ S_{ij} + \sum S_k \left(\sum S_k |P_k \cdots \cdots| \sum q_k \right) \right\}$$

2.2 DSM 求解实例

建立多阶段决策过程图, 求解过程以图上作业法实现, 本文以表格形式表达图上作业法的计算过程, 如表 3 所示。从最后一阶段中可以知道最优方案节约量最大值为 44 km, 路线与上述第二种优化方法吻合。

表 3 DSM 作业表
Tab. 3 Graph of DSM task

6	5	4	3	2	1	阶段/客户
44/17,56,234/4.9	36/1,67,234/3.2	36/17,234/4.9	25/1,234/3.2	16/1,34/3.2	11/17/4.9	P ₁
	36/1,67,543/3.2	36/17,543/4.9	25/1,543/3.2	16/1,43/3.2		
43/21,67,543/4.8	38/276,543/5.5	32/21,543/4.8	25/2,543/1.6	25/234/4.5	9/23/3.1	P ₂
\	\	\	18/3,467/1.5	14/376/5.4	16/34/2.9	P ₃
\	\	\	14/4,376/1.4	18/467/5.3	16/43/2.9	P ₄
44/56,17,234/4.6	36/5,17,234/2.4	33/56,234/4.6	25/5,234/2.4	25/543/5.3	9/54/3.8	P ₅
	36/5,67,234/2.4					
44/65,17,234/4.6	36/6,17,234/2.2	36/67,234/3.9	25/6,234/2.2	23/643/5.1	11/67/3.9	P ₆
	36/6,17,543/2.2	36/67,543/3.9	25/6,543/2.2			
\	33/7,56,234/1.7	36/71,234/4.9	25/7,234,1.7	19/734/4.6	11/71/4.9	P ₇
		36/71,543/4.9	25/7,543/1.7		11/76/3/9	
		36/76,234/3.9				
		36/76,543/3.9				

DSM 模型具有很好的开放性, 可接受多种约束条件的限制。在基本模型基础上, 增加约束条件如含单行道的复杂路网, 有时间窗的问题, 多车型及车辆成本约束, 客户优先级问题等, 以不可重复客户点、车载能力限制等条件, 以节约量最大为指标函数, 在每个决策阶段都进行过滤, 计算过程平稳收敛, 较好地控制了计算量。通过增加参数或调整目标, 约束条件越多, 则过滤条件增加, 计算量收敛越快。可结合 GIS 技术实现可视化 VRP 优化决策; DSM 和多目标的要求, 对各类 VRP 问题都可以

通过调整目标, 新增过滤条件来建立模型, 以动态规划思路求解。可结合库存管理技术、供应链管理理论等解决更多类型的 VRP 问题。

3 结论

本文给出了一种新 VRP 算法 DSM, 该算法属于精确算法。由于结合了动态规划和广泛应用的一种启发式算法——节约法, 该算法计算量较小, 平稳收敛, 对于中小型 VRP 问题有较高的实用价值。DSM 具有如下特点:

- 1) 解决了传统节约法仅能得到较优解、求解结果不统一、不能保证得到最优解等问题。
- 2) 将代表启发式算法的节约法与代表精确算法的动态规划相结合, 不仅解决了启发式算法的不精确问题, 还避免了精确算法的计算量膨胀, 取长补短, 有所创新。
- 3) 以不可重复客户点、车载能力限制等条件, 以节约量最大为指标函数, 在每个决策阶段都进行过滤, 计算过程平稳收敛, 较好地控制了计算量。

本课题所研究和提出的模型算法, 逻辑清晰严谨, 易于计算机程序实现。对于中小型 VRP 问题有较高的实用价值。

[参考文献] (References)

- [1] 王涛, 蔡延光, 张新政. 现代物流中车辆路径问题的研究[J]. 物流科技, 2004, 28 (113): 32~34.
WANG T, CAI Y G, ZHANG X Z. Research of vehicle routing problem in modern logistics[J]. Logistics Sci tech, 2004, 28(113): 32~34. (in Chinese)
- [2] CLARKE G, WRIGHT J. Scheduling of vehicles from a central depot to number of delivery points[J]. Opns Res, 1964, 129(4): 12~18.
- [3] GILLETT B E, MILLER L R. A heuristic algorithm for the vehicle dispatch problem[J]. Opns Res, 1974(22): 340~349.
- [4] 李向阳. 遗传算法求解 VRP 问题[J]. 计算机工程与设计, 2004, 25 (2): 271~276.
LI X Y. Genetic algorithm for VRP[J]. Computer Engineering and Design, 2004, 25(2): 271~276. (in Chinese)
- [5] 陈一永, 韩江, 龚延成. 带时间窗约束的配载车辆调度问题研究[J]. 物流技术, 2005 (3): 48~50.
CHEN Y Y, HAN J, GONG Y C. On vehicle routing problems with time windows[J]. Logistics Technology, 2005 (3): 48~50. (in Chinese)
- [6] 李怡, 张铁柱, 滕春贤. 基于 GIS 的配送车辆路线规划的研究[J]. 哈尔滨理工大学学报, 2006, 11 (1): 51~55.
LI Y, ZHANG T Z, TENG C X. Study of vehicle routing problem based on GIS[J]. Journal Harbin Univ Sci & Tech, 2006, 11(1): 51~55. (in Chinese)